Solution of WC2013 sports

r_{64}

January 22, 2015

我们按照难易程度递增的顺序来讲这些点。

1 题目描述

给定m个n元的线性同余方程组，求一组解满足尽量多的方程。

2 point 9

$n = 1, m = 100$。
每个方程形如$x_i = a$。
统计哪个a出现最多并输出即可。

3 point 1

$n = 1, m = 5000$。
每个方程形如$ax_i = b$。模数都是1058400。
枚举每个数统计多少个方程满足条件。耗时为5000 $\times$ 1048500。作为一个正常的提交答案题，这个点可以在2min以内跑过。

4 point 3

$n = m = 300$。模数都是$10^9 + 7$。
高斯消元。发现存在一组解满足所有方程。

5 point 4

$n = 20, m = 845$。模数都是$10^9 + 7$。
前800个方程分为20组，每组40个方程，它们的系数均相同，其中20个方程右边为某个值，另外20个方程右边为另一个值。第i组方程的前$i - 1$个系数为0。
后面45个方程杂乱无章。
暴搜每组选哪个系数，然后得到每个数代入后面的方程即可。耗时$2^{20} \times 45 \times 20$。

6 point 7

$n = 50, m = 200$。模数都是176400。
前50个方程完全相同，后面的方程三个一组，第i组的三个方程形如$x_i = a_{i,1}, x_i = a_{i,2}, x_i = a_{i,3}$。
暴枚每组方程，直到搜到一组解满足前50个方程为止。乍看复杂度为3^{50}，实际上因为数据随机，所以平均176400个解中就有一个满足前50个方程。
耗时176400×50。

7 point 5

$n = m = 100$。模数都是223092870。

模数等于23以内所有质数的乘积!

crt+高斯消元。

8 point 2

$n = 1, m = 50$。每个方程形如$ax \bmod b = c$。b分别是$2^{30}, 3^{19}, 5^{13}, \ldots, 229^3$。

把a, b, c同时除以$\gcd(a, b, c)$。如果此时$\gcd(a, b) = 1$，那么该方程可以被满足，解模b的答案为$c \times a^{-1}$；否则无视该方程。

最后crt合并+高精度。其实不需要高精度。因为这是提交答案题，所以可以把答案用算式表示出来，然后使用python算出答案。

9 point 6

$n = m = 50$。模数互不相同，但是都可以表示成200以内的质数的乘积；且每个模数都没有平方因子(1除外)。

枚举200以内所有质数p，如果一个方程的模数是p的倍数，那么我们考虑这个方程；否则不考虑这个方程。高斯消元后我们就可以得到每个数模p的值。

按照**point 2**的方法处理高精度。

10 point 8

与**point 6**没区别。用相同的方法处理即可。

只是有一个方程无法满足。

11 point 10

$n = 50, m = 90$，所有模数是1000以内质数的乘积，且每个模数都没有平方因子(1除外)。

如果照着`point 8`的方法做只有4分T_T

调试进入高斯消元部分，发现对每个模数来说，都只有一些系数相同，但是常数项不同的方程。举个例子来说就是$x_1 + 2x_2 + x_4 = 0$与$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1$。这样，必然有一些方程是满足不了的。而我们照做就等于说每次满足前面的方程，不管后面的方程。

还有一个很重要的事情：按照不同顺序解方程，满足的方程数目是不一样的。

我们对解方程的顺序进行随机调整。我跑了两个(也许只有一个)小时就跑出最优解了。但是，不要忘记在这之前我花了三个小时调参数。

论如何防AK。